

6. DOMÁCA ÚLOHA DO 29.10.

ANALYTICKÁ GEOMETRIA, RÔZNE

30. Dané sú vrcholy $A = (1, 3, 5)$, $B = (-1, 2, 1)$ trojuholníka ABC a jeho ťažisko $T = (1, 0, 1)$. Nájdite vrchola C .

ZMENA SÚRADNICOVEJ SÚSTAVY

31. Nech body

$$P = (2, -1), \quad Q = (1, 1), \quad R = (0, -2)$$

majú v novej súradnicovej sústave súradnice

$$P = (0, 0), \quad Q = (1, 0), \quad R = (2, 5).$$

Nájdite túto súradnicovú sústavu (čiže súradnice bodu O' a vektorov $\mathbf{e}'_1, \mathbf{e}'_2$ v pôvodnej súradnicovej sústave)!

ORIENTÁCIA AFINNÉHO PRIESTORU

Cieľom nasledujúcich cvičení je presvedčiť sa, že orientácia súradnicových sústav v reálnej rovine, ako sme si ju definovali pomocou signatúry determinantu matice prechodu od jednej sústavy k druhej, naozaj popisuje naše intuitívne vnímanie orientácie: ak štandardnú sústavu (x -os doprava, y -os nahor) nazveme kladne orientovanou, tak potom je kladne orientovaná každá súradnicová sústava, v ktorej sa z kladného smeru x -osi na kladný smer y -osi dostaneme otočením o menej ako π proti smeru hodinových ručičiek.

32. Overte, že ak v $\mathbb{A}^n(\mathbb{R})$ zvolíme nový začiatok súradnicovej sústavy (t.j. $O' = (a_1, a_2, \dots, a_n)$) a jednotkové vektory necháme nezmenené (t.j. $\mathbf{e}'_i = \mathbf{e}_i$, pre $i = 1, 2, \dots, n$), bude mať nová súradnicová sústava rovnakú (=súhlasnú) orientáciu ako stará.

33. Overte, že ak v súradnicovej sústave v $\mathbb{A}^n(\mathbb{R})$ iba pre násobíme básové vektory kladným číslom, (t.j. $O' = O$, $\mathbf{e}'_i = c_i \mathbf{e}_i$, kde $c_i \in \mathbb{R}$, $c_i > 0$ pre $i = 1, 2, \dots, n$), bude nová súradnicová sústava súhlasne orientovaná so starou.

34. Overte, že ak v reálnej rovine $\mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ zvolíme novú súradnicovú sústavu tak, že otočíme starú okolo začiatku (t.j. $O' = O$, $\mathbf{e}'_1 = \rho(\mathbf{e}_1)$ a $\mathbf{e}'_2 = \rho(\mathbf{e}_2)$, kde $\rho: \mathbb{A}^2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ je otočenie okolo začiatku súradnicovej sústavy, viď zadanie 28), bude mať nová súradnicová sústava rovnakú orientáciu ako stará.

VEKTOROVÝ SÚČIN

35. V priestore $V^3(\mathbb{R})$ ($= \mathbb{R}^3$) dokážte:

$$\forall \mathbf{u}, \mathbf{v} : \|\mathbf{u} \times \mathbf{v}\|^2 = \|\mathbf{u}\|^2 \|\mathbf{v}\|^2 - (\mathbf{u} \cdot \mathbf{v})^2$$

(tzv. Lagrangeova identita).

36. V reálnej rovine máme body

$$P = (1, 2), \quad Q = (2, 1), \quad R = (4, 3).$$

Nájdite vzdialenosť bodu R od priamky $\overleftrightarrow{PQ}$ (t.j. výšku na stranu PQ v $\triangle PQR$).