

1. STURMOVE POSTUPNOSTI

1. Nech $f(x) \in \mathbb{C}[x]$ je nenulový polynóm.
 - (a) Nech $\alpha \in \mathbb{C}$ je koreň f . Potom α je r -násobným koreňom polynómu f práve vtedy, keď je $(r-1)$ -násobným koreňom polynómu f' . Dokážte.
 - (b) Je v predchádzajúcom tvrdení predpoklad, že α je koreňom f , nevyhnutný?
2. Rovnica $f(x) = 0$ pre $f \in \mathbb{C}[x]$, kde $f \neq 0$, má presne $\deg f$ komplexných riešení, počítaných aj s násobnosťou. S využitím predchádzajúcej úlohy navrhnete algoritmus na zistenie počtu navzájom rôznych komplexných koreňov polynómu f .
3. Pomocou Sturmových postupností rozhodnite, koľko rôznych reálnych koreňov má polynóm

$$f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 1,$$

a tieto korene aj separujte, t.j. nájdite disjunktné ohraničené intervaly v $\mathbb{R}$ tak, že každý obsahuje presne jeden koreň.