

8. ZARISKIHO TOPOLOGIA.

48. (m) Nech X je ireducibilný topologický priestor. Ukážte, že každá neprázdna otvorená množina v X je hustá.

49. Nech $S \subset \mathbb{A}^n$ je ľubovoľná množina. Ukážte, že $V(I(S)) = \overline{S}$, kde symbolom $\overline{S}$ označujeme uzáver množiny v Zariskiho topológii na $\mathbb{A}^n$. Inými slovami, máte ukázať, že $V(I(S))$ je najmenšia algebraická varieta obsahujúca S . (Zatiaľ sme si to len zbežne a bez dôkazu spomenuli.)

50. Nech $I = (xy, yz, xz) \subset \mathbb{C}[x, y, z]$. Nájdite ireducibilné komponenty variety $V(I)$.

51. (m) Ukážte, že ideál $(xy, yz, xz) \subset \mathbb{C}[x, y, z]$ sa nedá generovať menej ako tromi polynómami.

52. Nech $I = (x^2 + y^2 + z^2, x^2 - y^2 - z^2 + 1) \subset \mathbb{C}[x, y, z]$. Nájdite ireducibilné komponenty variety $V(I)$.

53. Nech $I = (x - yz, xz - y^2) \subset \mathbb{C}[x, y, z]$. Nájdite ireducibilné komponenty variety $V(I)$.

Pri dekompozíciách variety na ireducibilné komponenty nemusíte dokazovať, že jednotlivé komponenty sú naozaj ireducibilné, zatiaľ na to nemáte dostatočný aparát.