

4. ZADANIA NA CVIČENIE 13.3.

Axiómy usporiadania

33. Pre ľubovoľné dva rôzne body A, B platí: $\overrightarrow{AB} \cup \overrightarrow{BA} = \overleftrightarrow{AB}$. Dokážte.

34. Na prednáške sme pomocou Paschovej axiómy čiastočne dokázali separačnú vlastnosť v rovine (U4S), ktorá znela nasledovne:

Pre priamku p a body A, B, C neležiace na tejto priamke platí:

- (i) Ak A a B ležia na tej istej strane od priamky p a B a C ležia na tej istej strane od priamky p , potom aj A a C ležia na tej istej strane od priamky p .
- (ii) Ak A a B ležia na opačných stranách od priamky p a B a C ležia na opačných stranách od priamky p , potom A a C ležia na tej istej strane od priamky p .
- (iii) Ak A a B ležia na opačných stranách od priamky p a B a C ležia na tej istej strane od priamky p , potom A a C ležia na opačných stranách od priamky p .

Doplňte dôkaz tejto vety, čiže:

- (a) overte, že tvrdenie (iii) je dôsledkom tvrdení (i) a (ii);
- (b) presvedčte sa, že veta platí, ak $A = B$ alebo $A = C$ alebo $B = C$;
- (c) vychádzajúc z faktu, že veta je dokázaná pre prípad, keď A, B a C sú nekolineárne, ukážte, že tvrdenie (ii) platí aj keď A, B a C sú rôzne kolineárne body.

35. Na množine $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ s aritmetikou modulo 5 nech

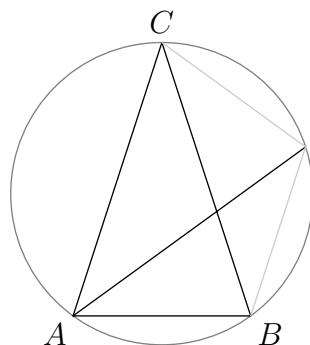
$$a * b * c \text{ práve vtedy, keď } b = \frac{a + c}{2}.$$

Overte, že takto definovaná relácia usporiadania spĺňa axiómy U1, U2, U3.

DOMÁCA ÚLOHA (DO 20.3.)

Euklidova konštrukcia pravidelného päťuholníka

36. Nech $\triangle ABC$ je rovnoramenný trojuholník, v ktorom uhol pri základni trojuholníka je dvojnásobkom uhla pri vrchole, a nech k je kružnica opísaná tomuto trojuholníku. Ukážte, že základňa trojuholníka $\triangle ABC$ je stranou pravidelného päťuholníka vpísaného do kružnice k , a rameno trojuholníka je jeho uhlopriečkou. (Tip: uvažujte priesečník osi uhla pri základni $\triangle ABC$ s kružnicou k a skúmajte trojuholníky, ktoré Vám vzniknú. Nápomocné je aj cvičenie 18.)



37. Na základe cvičení 27, 19, 28, 29 a 36 navrhnite konštrukciu pravidelného päťuholníka vpísaného do danej kružnice. Päťuholník si podľa tejto konštrukcie aj narysujte!

Axiómy usporiadania

38. Nech $A * B * C$ a $A * C * D$, potom $A * B * D$.

(Nápoveda: z prednášky máte dôkaz, že za daných predpokladov platí $B * C * D$. Pre dôkaz $A * B * D$ uvažujte priamku $\overleftrightarrow{XB}$.)

39. (Paschova veta) Nech $A * B * C$ a $B * C * D$. Potom $A * B * D$ a $A * C * D$. Dokážte.

40. Ak $A * B * C$, potom $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$. Dokážte.