

5. ZADANIA NA CVIČENIE 20.3.

Axiómy usporiadania

41. Dokončíte dôkaz separačnej vlastnosti na priamke: ukážte, že ak $A * B * C$, tak $\overrightarrow{BA} \cap \overrightarrow{BC} = B$

Množina bodov $\mathcal{M}$ sa nazýva *konvertnou*, ak pre každú dvojicu bodov $A, B \in \mathcal{M}$ platí, že celá úsečka AB leží v množine $\mathcal{M}$.

42. Ukážte, že úsečka je konvexná množina.

*** 43.** Na prednáške sme videli, že separačná vlastnosť na priamke je dôsledkom vety o štyroch bodoch:

„Nech $A * B * C$ a $A * C * D$. Potom $B * C * D$ aj $A * B * D$.“

Ukážte, že aj naopak táto veta je dôsledkom separačnej vlastnosti na priamke, teda ide (za predpokladu I1, I2, I3, U1, U2, U3, bez použitia U4!) o ekvivalentné tvrdenia.

44. Nech $A * B * C$. Ukážte, že $\overrightarrow{BC} \subset \overrightarrow{AB}$.

DOMÁCA ÚLOHA (DO 27.3.)

Axiómy usporiadania

45. Nech $A * B * C$ a $B * C * D$. Ukážte, že $BC \subset AD$.

*** 46.** Ukážte, že separačná vlastnosť v rovine (U4S) je ekvivalentná Paschovej axióme. (Na prednáške sme si ukázali, že z U4P vyplýva U4S. Treba ešte ukázať, že za predpokladov I1-3, U1-3 z U4S vyplýva U4P.)

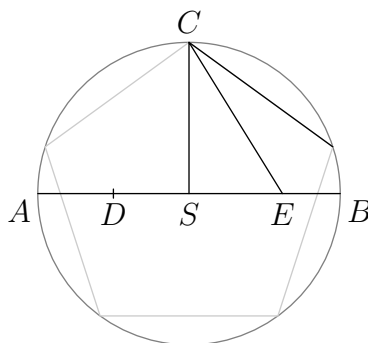
47. Vynechajme z bodov algebraického modelu $\mathbb{R}^2$ body na y -osi, a z priamok vynecháme y -os. Ktoré z axiém usporiadania táto geometria spĺňa?

Ptolemaiova konštrukcia pravidelného päťuholníka

48. Overte, že nasledovnou konštrukciou zostrojíme pravidelný päťuholník vpísaný do kružnice.

Daná je kružnica k so stredom S .

- (1) AB je priemer kružnice k .
- (2) C je taký bod na kružnici k , že $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{SC}$.
- (3) D je stred úsečky AS .
- (4) E je taký bod na úsečke BS , že $DE \cong DC$.
- (5) Strana pravidelného päťuholníka vpísaného do k je zhodná s úsečkou EC .



(Možný postup: vypočítajte dĺžku úsečky EC a vypočítajte dĺžku strany pravidelného päťuholníka vpísaného do danej kružnice. Keď sa tieto hodnoty rovnajú, naozaj sa konštruje pravidelný päťuholník.)

$$90^\circ = 72^\circ + 18^\circ = 2 \cdot 36^\circ + \frac{1}{2} \cdot 36^\circ.$$

- 49.** Narysujte si pravidelný päťuholník konštrukciou v cvičení 48.