

1. ÚLOHY NA 19.9.

VEKTORY V EUKLIDOVSKÉJ ROVINE

1. Daný je rovnobežník $ABCD$. Vyjadrite vektor $M - A$ ako lineárnu kombináciu vektorov $\mathbf{u} = B - A$ a $\mathbf{v} = D - A$, ak

- (a) $M = B$,
- (b) $M = C$,
- (c) M je priesečník uhlopriečok rovnobežníka,
- (d) M je stred strany AD ,
- (e) M je stred strany CD ,
- (f) M rozdeľuje stranu BC v pomere 2:1.

2. Daný je pravidelný šesťuholník $ABCDEF$. Vyjadrite zadané vektory ako lineárne kombinácie vektorov $\mathbf{u} = B - A$, $\mathbf{v} = F - A$.

- (a) $C - B$,
- (b) $D - C$,
- (c) $E - F$,
- (d) $E - D$,
- (e) $E - B$,
- (f) $E - C$,
- (g) $D - F$.

OPAKOVANIE ANALYTICKEJ GEOMETRIE

3. Overte, že pre rôzne body $A = (a_1, a_2)$, $B = (b_1, b_2)$ je $S = (\frac{a_1+b_1}{2}, \frac{a_2+b_2}{2})$ naozaj stredom úsečky AB , presnejšie overte, že

- (a) $|AS| = |BS|$,
- (b) (nepovinné) Ak ste sa na strednej škole už stretli s analytickou geometriou, skúste ukázať aj, že $S \in \overleftrightarrow{AB}$.

4. Úlohou je nájsť ťažisko trojuholníka v rovine.

- *Ťažnica* je úsečka spájajúca vrchol trojuholníka a stred protilahlej strany.
- Vieme, že ťažnice trojuholníka sa pretínajú v jedinom bode, ktorý nazývame *ťažiskom*.
- Vieme, že ťažisko delí ťažnicu v pomere 1 : 2.

Nájdite ťažisko (čiže uveďte jeho súradnice)

- (a) v trojuholníku ABC , kde $A = (-2, -2)$, $B = (4, 0)$, $C = (-5, 2)$,
- (b) v trojuholníku ABC , kde $A = (a_1, a_2)$, $B = (b_1, b_2)$, $C = (c_1, c_2)$.

(Dôležité je zadanie (b). Zadanie (a) je len pomôcka na „ohmatanie si“ problému, riešiť ho nemusíte, ak si trúfate rovno odvodiť vzorec v (b).)

NIEKTORÉ ZOBRAZENIA ROVINY

5. Nájdite obraz bodu A v súmernosti podľa S

- (a) keď $S = (0, 0)$, $A = (a_1, a_2)$,
- (b) keď $S = (s_1, s_2)$, $A = (a_1, a_2)$ (pomôžte si predpisom pre stred úsečky, viď úloha 3)

6. Analyticky (t.j. pomocou súradníc) ukážte, že zložením dvoch stredových súmerností je posunutie. (Využijete predchádzajúci príklad.)

7. Ukážte, že každé posunutie sa dá napísať ako zloženie dvoch stredových súmerností. Presnejšie, pre ľubovoľný vektor $\mathbf{u} = (u_1, u_2)$ nájdite body S_1 a S_2 tak, že $t = f_2 \circ f_1$, kde f_1 je stredová súmernosť so stredom S_1 , f_2 je stredová súmernosť so stredom S_2 a t je posunutie v smere vektora \mathbf{u} . (Pozor, body S_1, S_2 nie sú určené jednoznačne.)

8. Popíšte pomocou súradníc osovú súmernosť v prípade, že os súmernosti je rovnobežná s niektorou súradnicovou osou. Vedeli by ste toto zobrazenie zapísať pomocou matic?