3. Domáca úloha do 3.10.

Bodovo-vektorový kalkulus

10. Nech $P_1, \dots, P_n \in \mathbb{A}$, nech $\lambda_1, \dots \lambda_n \in k$. Dokážte, že ak $\lambda_1 + \dots + \lambda_n = 0$ $(\lambda \in k)$, potom pre ľubovoľné body A, B platí

$$\lambda_1(P_1 - A) + \dots + \lambda_n(P_n - A) = \lambda_1(P_1 - B) + \dots + \lambda_n(P_n - B).$$

(Ide o dôkaz korektnosti definície afinnej kombinácie bodov v prípade, že súčet koeficientov je 0.)

11. Vyjadrite body P_i ako afinné kombinácie bodov $A = (2, 1), B = (-1, 2)$:

(a) $P_1 = (8, -1)$,
(b) $P_2 = (-7, 4)$,
(c) $P_3 = (4, 7)$.

Body načrtnite. Vyslovte hypotézu o riešiteľnosti úlohy.

Afinná súradnicová sústava

12. V rovine je daný trojuholník ABC a body $D = \mathcal{S}(B, C), E = \mathcal{S}(A, C),\ F = \mathcal{S}(A, B)$. Nájdite súradnice vrcholov trojuholníka v afinnej súradnicovej sústave $(F, E - F, D - F)$.

13. V trojrozmernom priestore je daný štvorsten $OABC$. Dokážte, že

$$(O, A - O, B - O, C - O)$$

je afinná súradnicová sústava v tomto priestore, a zistite, aké súradnice majú ťažiská stenových trojuholníkov v tejto súradnicovej sústave.

14. V pravidelnom šesťuholníku $ABCDEF$ vyjadrite pomocou bodu A a vektorov $\mathbf{e_1} = B - A$, $\mathbf{e_2} = C - B$ všetky vrcholy šesťuholníka.

15. Nech S je priesečník uhlopriečok štvorca $ABCD$. Vyjadrite vrcholy a stredy strán štvorca ako kombinácie bodu S a vektorov $A - S$ a $B - S$.