

4. DOMÁCA ÚLOHA DO 10.10.

AFINNÉ ZOBRAZENIA

**16.** Uvažujme v reálnej rovine osovú súmernosť, ktorej os súmernosti je rovnobežná s niektorou súradnicovou osou (úloha 8). Ukážte, že toto zobrazenie  $\mathbb{E}^2 \rightarrow \mathbb{E}^2$  je afinné.

**17.** Nech  $P \in \mathbb{E}^n (= \mathbb{A}^n(\mathbb{R}))$  je pevne zvolený bod. Zobrazenie  $f: \mathbb{E}^n \rightarrow \mathbb{E}^n$  nech každému bodu  $X \in \mathbb{E}^n$  priradí stred úsečky  $PX$ . Zobrazenie si načrtnite pre  $n = 2$  (zakreslite obrazy niekoľkých bodov). Zistite, či je  $f$  afinné zobrazenie.

**18.** Nech  $f: \mathbb{E}^2 \rightarrow \mathbb{E}^2$  je zobrazenie, ktoré bodu  $A$  so súradnicami  $(a_1, a_2)$  priradí bod  $A' = (a_1, a_1 a_2)$ . Zobrazenie si načrtnite (zakreslite obrazy niekoľkých bodov). Zistite, či je  $f$  afinné zobrazenie.

**19.** Nech  $P \in \mathbb{A}^n$  je pevne zvolený bod. Zobrazenie  $f: \mathbb{A}^n \rightarrow \mathbb{A}^n$  nech každému bodu  $X \in \mathbb{A}^n$  priradí bod  $P$ . Zistite, či je  $f$  afinné zobrazenie.

**20.** Dané je afinné zobrazenie

$$\begin{aligned} f: x' &= 2x + 3y + 5, \\ y' &= 4x - 3y - 2. \end{aligned}$$

Do akých bodov sa zobrazia body  $(0, 0)$ ,  $(5, 3)$ ,  $(-1, 4)$ ? Čo je obrazom súradnicových osí?

**21.** Dané je afinné zobrazenie

$$\begin{aligned} f: x' &= 3x + y - 6, \\ y' &= x + y + 1. \end{aligned}$$

Ktoré body sa zobrazia do bodov  $(9, 8)$  a  $(-6, 1)$ ?

**22.** Dané je afinné zobrazenie  $f: \mathbb{E}^2 \rightarrow \mathbb{E}^3$ ,  $(x, y) \mapsto (x', y', z')$ , kde

$$\begin{aligned} x' &= x - y + 1, \\ y' &= x + y, \\ z' &= y + 2. \end{aligned}$$

Určte obraz začiatku  $\mathbb{E}^2$ .

**23.** Nech zobrazenie  $f: \mathbb{A}_1(k) \rightarrow \mathbb{A}_2(k)$  zachováva afinné kombinácie bodov, t.j. nech pre ľubovoľné  $P_0, \dots, P_r \in \mathbb{A}_1$  a  $\lambda_0, \dots, \lambda_r \in k$  také, že  $\sum_{i=0}^r \lambda_i = 1$ , platí

$$f\left(\sum_{i=0}^r \lambda_i P_i\right) = \sum_{i=0}^r \lambda_i f(P_i).$$

Ukážte, že potom je  $f$  afinné zobrazenie.

(Pomerne mechanickým prepisovaním overíte, že zobrazenie  $Df$  je dobre definované a lineárne.)