

Domáca úloha - ZGA

Letný semester 2005-2006

Vyberte si ľubovoľnú trojicu z nasledujúcich príkladov:

Úloha 1. *Nech sú dané nasledujúce množiny:*

$$\begin{aligned} S_1 &= \{x \in \mathbb{R}^3, x_1^2 + x_2^2 \leq 1, x_3 = 1\}, \\ S_2 &= \{x \in \mathbb{R}^n, \sum_i x_i < 1, x_i \geq 0, \forall i\}, \\ S_3 &= \{x \in \mathbb{R}^2, x_1 > 0 \text{ alebo } x_2 > 0\}, \\ S_4 &= \{x \in \mathbb{R}^n, -1 \leq x_i \leq 1, \forall i\}. \end{aligned} \tag{1}$$

Opíšte konvexný obal týchto množín.

Úloha 2. *Zostavte algoritmus konštrukcie konvexného obalu monotónneho mnohouholníka (vzhľadom na vertikálnu os), ktorého zložitost' je lineárna. (Monotónny mnohouholník - sa dá rozdeliť na 2 monotónne časti, v našom prípade monotónnosť vzhľadom na vertikálnu os.)*

Úloha 3. *Nech je daná množina $S = \{p_1, \dots, p_n\} \in E^3$, kde $x(p_1) < x(p_2) < \dots < x(p_n)$. Ukážte, že napriek poznaniu, že množina S je usporiadaná v x -ovom smere, nájdenie konvexného obalu trvá stále $\Omega(n \log n)$.*

Úloha 4. *Nech $S = \{p_1, \dots, p_n\}$ je množina bodov v rovine. Nájdite dvojicu bodov p_i a p_j pre ktorú Euklidovská vzdialenosť je najväčšia zo všetkých možných dvojíc. Úlohou je nájdenie efektívneho algoritmu, ktorý rieši daný problém v čase $O(n \log n)$.*

Úloha 5. *Nájdite vzdialenosť dvoch konvexných polygónov A a B , definovanú nasledovne:*

$$\Delta = \max_{x \in A, y \in B} |x - y| \tag{2}$$

v lineárnom čase, ak vieme že $A \cap B = \emptyset$.

Úloha 6. *Nech je daná množina S v $\mathbb{R}^2$. Nájdite priamku v čase $O(n \log n)$ pre ktorú platia nasledujúce vlastnosti:*

- (i) *Rozdeľuje rovinu na polroviny tak že všetky body množiny S ležia v jednej polrovine.*
- (ii) *Minimalizuje sumu vzdialeností bodov z S od danej priamky.*

Termín odovzdania: 28.4.2006